

TH-2 2. Übungsblatt Mathematik

Besprechung am *Freitag, 9. März 2018*

Aufgabe 5. (*Orthogonalprojektion*)

Gegeben sei ein Dreieck mit den Punkte $A(0; 0; 2), B(0; 2; 0), C(2; 0; 0)$.

- (i) Bestimmen Sie die Vektoren $\vec{c} = \vec{AB}, \vec{a} = \vec{BC}, \vec{b} = \vec{AC}$.
- (ii) Berechnen Sie den Vektor \vec{s}_c der Seitenhalbierenden der Seite AB sowie seine Länge.
- (iii) Berechnen Sie die Orthogonalprojektion \vec{b}_c des Vektors \vec{b} auf den Vektor \vec{c} .
- (iv) Wie groß ist der Flächeninhalt des Dreiecks?

Aufgabe 6. (*Skalarprodukt*) (i) Gesucht werden Länge, Einheitsvektor und seine Richtung (gegeben durch Richtugscosinus) des Vektors $\vec{a} = 2\vec{e}_x - \vec{e}_y - 2\vec{e}_z$.

- (ii) Welchen Winkel φ schließen die Vektoren $\vec{a} = \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ -5 \end{pmatrix}$ und $\vec{b} = \begin{pmatrix} -2 \\ 7 \\ 4 \end{pmatrix}$ miteinander ein?

(iii) Zwei Vektoren \vec{a} und \vec{b} bestimmen ein Dreieck. Wie groß ist sein Flächeninhalt?

(iv) Welcher Einheitsvektor ist orthogonal

- (a) zum Vektor $\vec{a} = 1\vec{e}_x - 2\vec{e}_y$?
- (b) zu den Vektoren $\vec{a} = 2\vec{e}_x - 5\vec{e}_y + 3\vec{e}_z$ und $\vec{b} = 1\vec{e}_x + 1\vec{e}_z - 2\vec{e}_z$?

Aufgabe 7. (*Physikalische Arbeit*)

Ein Körper wird durch eine Kraft längs eines gradlinigen Weges verschoben. Die dazu aufzuwendende Arbeit ergibt sich bekanntlich aus dem Produkt der Weglänge und der Kraftkomponente in Richtung des Weges. Werden Kraft und Weg durch Vektoren \vec{F} und \vec{s} beschrieben, dann ist die Arbeit das Skalarprodukt $W = \vec{F} \cdot \vec{s}$.

Berechnen Sie die Arbeit, die durch die Kraft $\vec{F} = 43\vec{e}_x - 21\vec{e}_y + 38\vec{e}_z$ entlang des Weges $\vec{s} = 5\vec{e}_x + 8\vec{e}_y + 2\vec{e}_z$ geleistet wird.

Aufgabe 8. (*Vektorprodukt*)

Berechnen Sie das Vektorprodukt $\vec{a} \times \vec{b}$ für

- (i) $\vec{a} = 2\vec{e}_x - 5\vec{e}_y + 1\vec{e}_z$ und $\vec{b} = 4\vec{e}_x + 2\vec{e}_y - 6\vec{e}_z$.
- (ii) $\vec{a} = 3\vec{e}_x + 2\vec{e}_y - 0.5\vec{e}_z$ und $\vec{b} = -6\vec{e}_x - 4\vec{e}_y + 1\vec{e}_z$.