

TH-2 4. Übungsblatt Mathematik

Besprechung am *Mittwoch, 21. März 2018*

Aufgabe 13. (*Lineare Unabhängigkeit, Projektion*)

Gegeben seien die Vektoren

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}, \vec{b} = \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ -4 \end{pmatrix}, \vec{c} = \begin{pmatrix} 0 \\ 5 \\ -7 \end{pmatrix}, \vec{d} = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ -4 \end{pmatrix}$$

- (i) Welche drei Vektoren sind jeweils linear unabhängig?
- (ii) Drücken Sie, falls möglich, den Vektor \vec{d} als Linearkombination der Vektoren \vec{a}, \vec{b} und \vec{c} aus.
- (iii) Zerlegen sie den Vektor \vec{a} in Vektoren parallel und senkrecht zum Vektor \vec{b} .

Aufgabe 14. (*Skalarprodukt*) (i) Bestimmen Sie den Einheitsvektor \vec{s} der senkrecht auf den Vektoren $\vec{a} = (1, 1, 2)^T$ und $\vec{b} = (2, 1, 1)^T$ steht.

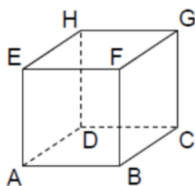
- (ii) Ein Einheitsvektor \vec{a} schließt mit einem Vektor $\vec{b} = (2, 2, 1)^t$ den Winkel 90° und mit dem Vektor $\vec{c} = (6, 3, 2)^t$ den Winkel 45° ein. Bestimmen Sie \vec{a} .
- (iii) Gegeben seien die Punkte $A(2|1|3), B(1|1|2), C(-1|-1|4)$ und $D(2|-2|t)$. Wie ist t zu wählen, sodass die vier Punkte in einer Ebene liegen?

Aufgabe 15. (*Vektorprodukt*)

Gegeben seien die Punkte $A(4|3|2), B(2|3|4)$ und $C(1|1|1)$.

- (i) Bilden die Punkte ABC ein Dreieck?
- (ii) Berechnen Sie den Flächeninhalt des Dreiecks ABC .
- (iii) Bestimmen Sie die Ebene in Normalform, in der das Dreieck liegt.
- (iv) Bestimmen Sie einen Punkt D , sodass der Tetraeder $ABCD$ das Volumen 16 hat.

Aufgabe 16. (*Analytische Geometrie*) (i) Betrachtet wird der abgebildete Würfel $ABCDEFGH$. Die Eckpunkte D, E, F und H dieses Würfels besitzen in einem kartesischen Koordinatensystem die folgenden Koordinaten: $A(0|0|4), H(-4|0|0), G(-4|-4|0)$ und $E(0|0|0)$.



- (a) Zeichnen Sie in die Abbildung die Koordinatenachsen ein und bezeichnen Sie diese.
 - (b) Geben Sie die Koordinaten des Punktes C an.
 - (c) Bestimmen Sie die Gerade g_1 , die durch die Punkte G und C geht.
 - (d) Der Punkt P liege auf der Gerade g_1 und hat vom Punkt H den Abstand 8. Berechnen Sie die Koordinaten des Punktes P .
- (ii) In einem kartesischen Koordinatensystem mit Ursprung O sind die Punkte $A(1|-3|-3), B(2|1|-2)$ und $D(5|-5|1)$ sowie die beiden folgenden Geraden gegeben:

$$g : \vec{x} = \vec{OA} + \lambda \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix} \quad h : \vec{x} = \vec{OD} + \mu \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}; \quad \lambda, \mu \in \mathbb{R}.$$

Die Geraden g und h legen eine Ebene H fest.

- (a) Bestimmen Sie eine Gleichung der Ebene H in Koordinatenform.
- (b) Von Punkt B aus wird auf die Gerade g ein Lot gefällt. Bestimmen Sie die Koordinaten des Lotfußpunktes C .