

**TH-2 10. Übungsblatt Mathematik**

Besprechung am *Mittwoch, 02. Mai 2018*

**Aufgabe 37.** (*Vollständige Induktion*)

Beweisen Sie mit Hilfe der vollständigen Induktion die folgenden Ausdrücke:

- (i)  $\sum_{i=0}^n x^i = \frac{x^{n+1}-1}{x-1}$  für  $x \neq 1$
- (ii)  $\sum_{i=1}^n i(i+1) = \frac{n(n+1)(n+2)}{3}$
- (iii) Man beweise, dass man jeden glatten Betrag größer 7 so mit Geldscheinen im Wert von 3 und 5 bezahlen kann, dass man kein Wechselgeld erhält.

**Aufgabe 38.** (*Grenzwerte*)

Gegeben sei die Folge  $\left\langle \frac{2n-5}{2n-8} \right\rangle$ .

- (i) Untersuchen Sie die Folge auf Monotonie.
- (ii) Geben Sie eine untere und eine obere Schranke an.
- (iii) Berechnen Sie den Grenzwert.
- (iv) Ab welchem  $n_0$  ist der Abstand der Folgenglieder von diesem Grenzwert kleiner als 0,0008?

**Aufgabe 39.** (*Analytische Geometrie*)

In einem kartesischen Koordinatensystem seien die Punkte  $A(3|0|0)$ ,  $B(0|3|0)$ ,  $C(-3|-3|0)$  und  $S(0|0|6)$  gegeben.

- (i) Das Dreieck  $ABC$  liegt in der  $x_1x_2$ -Ebene. Zeichnen Sie das Dreieck in ein zweidimensionales Koordinatensystem ein. Weisen Sie nach, dass das Dreieck gleichschenkelig ist, und bestimmen Sie seinen Flächeninhalt.
- (ii) Die Punkte  $A, B$  und  $S$  legen die Ebene  $E$  fest. Ermitteln Sie eine Gleichung von  $E$  in Normalenform.
- (iii) Berechnen Sie den Abstand  $d$  des Punkts  $C$  von der Ebene  $E$ .

**Aufgabe 40.** (*Geradenschar*)

Gegeben sei die Geradenschar  $g_a : \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ -1 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 2a+1 \\ -a-1 \\ 2-a \end{pmatrix}$ . Außerdem sei die Gerade  $h$  gegeben

durch  $h : \vec{x} = \begin{pmatrix} 4 \\ -4 \\ 0 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 12 \\ -7 \\ -1 \end{pmatrix}$ .

- (i) Für welches  $a$  schneidet die Gerade  $g_a$  die Gerade  $h$  unter einem Winkel von 45 Grad?
- (ii) Bestimmen Sie den Spiegelpunkt von  $P(4|-4|0)$  an der Geraden  $g_a$  in Abhängigkeit von  $a$ .