

TH-2 13. Übungsblatt Mathematik

Besprechung am *Freitag, 25. Mai 2018*

Aufgabe 49. (*Kurvendiskussion*)

Führen Sie eine vollständige Kurvendiskussion (Definitionsbereich, Lage der Polstellen, Schnittpunkte mit den Koordinatenachsen, Verhalten im Unendlichen, Symmetrie, Asymptoten, Skizze) für die folgenden Funktionen durch:

(i) $f(x) = (2x - xc + c - 2x^2)e^x$

(ii) $f(x) = \ln(c^2 - x^2)$

(iii) $f(x) = \frac{4x^2 - 9}{3x^2 - 3}$

(iv) $f(x) = \left(2x - \frac{2}{x}\right)^3$

Aufgabe 50. (*Extrem- und Wendepunkt*)

(i) Der Graph einer ganzrationalen Funktion dritten Grades $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ habe im Punkt $E(1|9)$ ein Extrempunkt und im Punkt $W(3|1)$ einen Wendepunkt.

(a) Wie lauten die Koeffizienten $a, b, c, d \in \mathbb{R}$?

(b) Skizzieren Sie den Graphen.

(ii) Der Graph einer ganzrationalen Funktion dritten Grades hat bei $x_n = -1$ eine Nullstelle und durchläuft dort seinen Wendepunkt mit der Steigung $m = 1$. Gesucht ist die Gleichung der Funktion.

(a) Stellen Sie ein Gleichungssystem für die Koeffizienten der Funktion als Matrixgleichung auf.

(b) Untersuchen Sie die Lösbarkeit des linearen Gleichungssystems mit Hilfe des Rangkriteriums.

(c) Geben Sie eine Gleichung für eine Funktion an, die den genannten Voraussetzungen genügt.

Aufgabe 51. (*Parabelschar*)

Eine Schar von kubischen Parabeln sei definiert durch $f_a(x) = ax^3 + x^2 - \frac{1}{a}x$ mit $a \in \mathbb{R}$.

(i) Zeigen Sie, dass jede der kubischen Parabeln 3 Schnittpunkte mit der x -Achse hat.

(ii) Zeigen Sie, dass jede der kubischen Parabeln einen Hochpunkt H und einen Tiefpunkt T hat. Wie lauten die Koordinaten dieser Punkte in Abhängigkeit von a ?

(iii) Bestimmen Sie die Gleichung der Kurve, auf der die Hochpunkte der Parabelschar liegen.

Aufgabe 52. (*Extremwertaufgaben*) (i) Eine quaderförmige Milchtüte umfasst 1000ml. Die Tüte soll möglichst wenig Material verbrauchen. Welche Maße muss die Tüte haben?

(ii) Gegeben sei die Funktion $f(x) = \sqrt{4x + 9}$. Berechnen Sie die Koordinaten des Punktes $P(x|f(x))$, dessen Abstand d vom Koordinatenursprung minimal ist.