

**TH-2**      **14. Übungsblatt Mathematik**

Besprechung am *Mittwoch, 30. Mai 2018*

**Aufgabe 53.** (*Stetigkeit*)

Gegeben sei die Funktion

$$f(x) = \begin{cases} (-x - a)^2 - b & \text{für } x \leq 0 \\ x^2 \cdot \ln(x) & \text{für } x > 0 \end{cases}$$

Wie müssen die Parameter  $a$  und  $b$  gewählt werden, damit  $f(x)$  in  $x_0 = 0$  stetig und differenzierbar ist?

- (i) Lösen Sie die Aufgabe mithilfe von GeoGebra.
- (ii) Lösen Sie die Aufgabe rechnerisch.

**Aufgabe 54.** (*Wendepunkte*)

Gegeben sei die Funktion  $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ .

- (i) Welche Bedingungen müssen  $a, b, c, d \in \mathbb{R}$  erfüllen, damit der Graph von  $f$  einen Wendepunkte hat, in der die Tangente eine Steigung von 45 Grad hat?
- (ii) Geben Sie eine Funktion an.

**Aufgabe 55.** (*Regel von de l'Hospital*)

Berechnen Sie die folgenden Grenzwerte:

- (i)  $\lim_{x \rightarrow 1} \left( \frac{2x}{2x-8} \cdot \frac{8}{\ln(2x)} \right)$
- (ii)  $\lim_{x \rightarrow \infty} x \ln \left( 1 + \frac{1}{x} \right)^x$
- (iii)  $\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{\pi}{2} - x \right) \cdot \tan(x)$

**Aufgabe 56.** (*Gebrochenrationale Funktion*)

Gegeben sei die Funktion  $f(x) = \frac{(3+x)^2}{x-1}$  mit maximalem Definitionsbereich  $D_f$ .

- (i) Geben Sie  $D_f$  und die Koordinaten der Schnittpunkte des Graphens von  $f$  mit den Koordinatenachsen an.
- (ii) Zeigen Sie, dass  $f(x)$  zum Term  $x + 7 + \frac{16}{x-1}$  äquivalent ist.
- (iii) In welchem Zusammenhang steht die Gleichung  $y = x + 7$  mit der Funktion  $f(x)$ ?
- (iv) Bestimmen Sie die Extrem- und Wendepunkt der Funktion  $f(x)$ .
- (v) Zeichnen Sie den Graphen der Funktion.