

**TH-2 13. Übungsblatt Mathematik**

Abgabe bis spätestens *Montag (!) 18. Dezember 2017*

**Aufgabe 92.** (*Gauß Algorithmus*)

Lösen Sie folgende lineare Gleichungssysteme mit Hilfe des Gaußschen Algorithmus

$$\begin{aligned} & 2x_1 - x_2 - x_3 = 11 \\ \text{(i)} \quad & x_1 + 4x_2 + 2x_3 = 3 \\ & x_1 + 7x_2 + 4x_3 = -5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & -10x_1 + x_2 + 6x_3 = 2 \\ \text{(ii)} \quad & 8x_1 - x_2 - 16x_3 = 10 \\ & 9x_1 - 1x_2 - 11x_3 = 4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & 6x_1 + 4x_2 - 8x_3 + 17x_4 = -20 \\ \text{(iii)} \quad & 3x_1 + 2x_2 + 5x_3 + 8x_4 = -8 \\ & 3x_1 + 2x_2 + 7x_3 + 7x_4 = -4 \\ & \qquad \qquad \qquad 2x_3 - x_4 = 4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(iv)} \quad & 20x_1 + 5x_2 = 15 \\ & 18x_1 + 7x_2 = 1 \end{aligned}$$

Überprüfen Sie Ihr Ergebnis mit WolframAlpha (Befehl z.B. `solve 20x1 + 5x2 = 15, 18x1 + 7x2 = 1`).

**Aufgabe 93.** (*Lineare Abhängigkeit*)

Überprüfen Sie die folgenden Spaltenvektoren auf lineare Abhängigkeit.

$$\text{(i)} \quad a_1 = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix}, a_2 = \begin{pmatrix} 5 \\ 3 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}, a_3 = \begin{pmatrix} -1 \\ -5 \\ 4 \\ 3 \end{pmatrix}, a_4 = \begin{pmatrix} -1 \\ 6 \\ -7 \\ 4 \end{pmatrix}$$

$$\text{(ii)} \quad a_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 8 \\ -1 \end{pmatrix}, a_2 = \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}, a_3 = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 5 \end{pmatrix}$$

$$\text{(iii)} \quad a_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}, a_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, a_3 = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}, a_4 = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix}$$

Überprüfe Sie Ihr Ergebnis mit WolframAlpha (Befehl z.B. `linear independence (1,1),(1,0),(-1,1)`)

**Aufgabe 94.** (Rechenoperationen mit Matrizen)

Gegeben seien die Matrizen  $A = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 3 & -2 \\ -5 & 5 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 2 & -3 & 1 \\ 0 & 2 & -1 \end{pmatrix}$ ,  $X = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ ,  $Y = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$

(i) Welcher der Summen bzw. Produkte sind sinnvoll

$$A + B \quad B - Y \quad A + Y \quad A \cdot B \quad B \cdot A \quad B \cdot X \quad B \cdot Y \quad A^T \cdot Y \quad Y^T \cdot B$$

Berechnen Sie die sinnvollen Ausdrücke.

(ii) Berechnen Sie  $AY^TBX$ ,  $B^2$ ,  $Y^TY$ ,  $YY^T$ ,  $XX^T$ ,  $X^TX$

Überprüfen Sie Ihr Ergebnis mit WolframAlpha

(Befehl z.B.  $[[1, 4], [3, -2], [-1, 5]]^T \star [[1, 0, 1], [2, -3, 1], [0, 2, -1]]$ )