Dr. Kai-Friederike Oelbermann
Landesstudienkolleg Hochschule Anhalt Herbstsemester 2017

TH-2 14. Übungsblatt Mathematik

Abgabe bis spätestens *Freitag, 5. Januar 2018*

Aufgabe 95. *(Vektorraum)*
Zeigen Sie, dass die Vektoren $a_1 = (2,4,4)^T, a_2 = (-3,2,-2)^T, a_3 = (2,-1,4)^T$ eine Basis des $\mathbb{V}^n$ sind, und stellen Sie den Vektor $b = (2,2,8)^T$ als Linearkombination der drei Vektoren a_1, a_2, a_3 dar.

Aufgabe 96. *(Lineare Unabhängigkeit)*
Es seien drei Vektoren a, b, c linear unabhängig. Zeigen Sie, dass auch die drei Vektoren $a, a+b, a+b+c$ linear unabhängig sind.

Aufgabe 97. *(Lineare Abhängigkeit)*
Gegeben seien die Vektoren $a = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 4 \\ 3 \end{pmatrix}, b = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, c = \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ 3 \\ 3 \end{pmatrix}, d = \begin{pmatrix} t \\ 3 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}, x = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 5 \\ 3 \end{pmatrix}$

(i) Für welche Wahl von t sind die Vektoren a, b, c und d und linear abhängig?

(ii) Schreiben Sie für den Fall $t = 3$ den Vektor x als Linearkombination der Vektoren a, b, c und d.

Aufgabe 98. *(Lineares Gleichungssystem I)*
Gegeben sei das folgende lineare Gleichungssystem:

$$\begin{aligned} (4-a)x_1 + x_2 + 2x_3 &= 2 \\ -x_1 - ax_2 - x_3 &= a \\ 2x_2 + (2-a)x_3 &= 1 \end{aligned}$$

Für welche reellen Zahlen a ist es

(i) eindeutig lösbar

(ii) nicht eindeutig lösbar

(iii) nicht lösbar?

Aufgabe 99. *(Lineares Gleichungssystem II)*
Gegeben seien $A = \begin{pmatrix} -1 & 3 & -4 & 2 \\ 1 & 2 & -1 & -2 \\ 2 & 1 & 1 & -4 \\ 3 & 1 & 2 & -6 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} c \\ 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ mit $c \in \mathbb{R}$.

(i) Untersuchen Sie die Lösbarkeit des linearen Gleichungssystems $A\,(x_1, x_2, x_3, x_4)^T = b$ in Abhängigkeit von c.

(ii) Geben Sie für den Fall der Lösbarkeit die Lösungen an!