

## TH-2 6. Übungsblatt Mathematik

Abgabe bis spätestens : *KEINE ABGABE! Wir werden die Aufgaben am Freitag den 20. Oktober 2017 zusammen im ComputerPool bearbeiten.*

### **Aufgabe 47.** (*GeoGebra: Verhalten im Unendlichen, Umkehrfunktion*)

Erstellen Sie in GeoGebra eine ganzrationale Funktion 5-ten Grades, so dass die Parameter durch Schieberegler verstellbar sind.

- (i) Betrachten Sie den Koeffizienten  $a_5$ : Wie verhält sich der Graph für  $x \rightarrow \pm\infty$ ?
- (ii) Setzen Sie den Koeffizienten  $a_5 = 0$  und betrachten Sie den Koeffizienten  $a_4$ : Wie verhält sich der Graph jetzt für  $x \rightarrow \pm\infty$ ?
- (iii) Stellen Sie eine allgemeingültige Regel für das Verhalten einer ganzrationalen Funktion  $f(x)$  für  $x \rightarrow \pm\infty$ ? in Abhängigkeit des Grades (gerade oder ungerade) auf.
- (iv) Konstruieren Sie durch Spiegelung an der Geraden  $x = y$  die Umkehrfunktion.

### **Aufgabe 48.** (*Wolfram Alpha 1*)

In Wolfram Alpha sind u.a. folgende Funktionen definiert:

domain , range , solve , factor , simplify , quadratic fit , cubic fit , curve fit

- (i) Berechnen Sie den Definitionsbereich der Funktion  $f(x) = x/(x^2 - 1)$ .
- (ii) Berechnen Sie den Wertebereich der Funktion  $f(x) = e^{-x^2}$ .
- (iii) Berechnen Sie die Nullstellen der Funktion  $f(x) = x^2 + 4x + 6$ .
- (iv) Lösen Sie das Gleichungssystem  $x + y = 10, x - y = 4$ .
- (v) Zerlegen Sie die Funktion  $f(x) = 2x^5 - 19x^4 + 58x^3 - 67x^2 + 56x - 48$  in Linearfaktoren.
- (vi) Vereinfachen Sie den Ausdruck  $f(x) = \cos(\arcsin(x)/2)$
- (vii) Bestimmen Sie die Nullstellen von  $f(x) = x \cdot \cos x$ .
- (viii) Bestimmen Sie ein ganzrationale Funktion, die durch die Punkte  $\{3, 5\}, \{5, 6\}, \{9, 18\}, \{18, 29\}$  und  $\{29, 12\}$  geht.

**Aufgabe 49.** (*Lineare Interpolation*)

Gegeben sei die Wertetabelle aus Aufgabe 46  $\frac{x}{y} \left| \begin{array}{cccc} -1 & 0 & 1 & 2 \\ 2 & 4 & 10 & 0 \end{array} \right.$ .

(i) Bestimmen Sie die stückweise lineare Funktion, die durch die vier Wertepaare geht.

Tipp: Überprüfen Sie Ihr Ergebnis mit WolframAlpha (Funktion: `linear fit`).

**Aufgabe 50.** (*Ganzrationale Funktionen 1*)

Bestimmen Sie zu den gegebenen Funktionen jeweils

- den Definitions- und Wertebereich.
- die Symmetrieeigenschaften.
- die Nullstellen.
- die Schreibweise in Linearfaktoren.
- das Vorzeichenverhalten um die Nullstellen.
- das Verhalten für  $x \rightarrow \pm\infty$ .

(i)  $f(x) = (x - 3)^3 \cdot (x - 4)^2$

(ii)  $f(x) = x^3 + 3x^2 - 3x - 1$ .

Tipp: Überprüfen Sie Ihr Ergebnis mit WolframAlpha.

**Aufgabe 51.** (*Ganzrationale Funktion 2*)

Geben Sie zu den gegebenen Nullstellen und Wertepaaren eine ganzrationale Funktion an, die diesen genügt.

(i) Nullstellen  $x_{1/2} = -1, x_3 = 1$  und Wertepaar  $(2, 9)$ .

(ii) Nullstellen  $x_1 = 2, x_2 = -3$  und Wertepaare  $(-2, 3)$  und  $(1, -2)$ .

Tipp: Überprüfen Sie Ihr Ergebnis mit WolframAlpha (Funktion: `curve fit`).

**Aufgabe 52.** (*Ganzrationale Funktion 3, Horner Schema*)

Bestimmen Sie mit Hilfe des Horner Schemas die Linearfaktorzerlegung der Funktionen

(i)  $f(x) = x^4 - 4x^3 - 21x^2 + 104x - 80$

(ii)  $f(x) = x^6 + 25x^5 + 229x^4 + 931x^3 + 1654x^2 + 1312x + 384$

Tipp: Überprüfen Sie Ihr Ergebnis mit WolframAlpha (Funktion: `factor`).